УДК 621.391

Белас О.М., Іванько О.О.

ПІДХІД ДО ОЦІНКИ ЯКОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ АЛГОРИТМУ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

Анотація:

У статті викладено підхід до обробки сигналів у домен-акустичному процесорі в автокореляційному режимі. Отримано аналітичні залежності для оцінки погіршення якості обробки через наявність шумів в опорному сигналі на етапі програмування характеристик процесора.

Аннотация:

В статье изложен подход к обработке сигналов в домен-акустическом процессоре в автокореляционном режиме. Получены аналитические зависимости для оценки ухудшения качества обработки из-за наличия шумов в опорном сигнале на этапе программирования характеристик процессора.

Abstract:

The article describes an approach to signal processing domain-acoustic processor in autocorrelation mode. Obtained analytical expressions for evaluation of degradation process due to noise in the reference signal at the stage of programming the processor.

Специфікою обробки сигналів домен-акустачним процесором (ДАП) є те, що алгоритм обробки формується шляхом зміни структури внутрішнього розподілу намагніченості феритового осердя при взаємодії в ньому двох програмувальних сигналів [1]. Це значить, що якість сформованої структури і, відповідно, якість обробки сигналів в ідеальному випадку визначаються якістю цих двох сигналів. Якщо сигнал запису може бути сформований малошумним потужним генератором, то в автокореляційному режимі опорний сигнал формується із сигналу, який підлягає обробці і, відповідно, має шумову складову. Розглянемо цей випадок.

Будемо вважати, що ДАП реалізує функцію узгодженого фільтра. У значенні показника якості використовуватимемо стандартний для фільтрів показник – відношення максимального значення корисного сигналу до значення квадратного кореня з дисперсії шуму. Надалі будемо використовувати вислів «відношення сигнал / шум» і позначати його С/Ш. Оцінку будемо проводити для ідеального випадку, тобто не враховуватимемо вгасання сигналу при поширенні акустичної хвилі та внутрішні шуми в ДАП.

Спочатку визначимося з особливостями формування амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) фільтра на базі ДАП в зазначеному режимі. Тобто будемо вважати, що АЧХ формується з сигналу, який потім оброблятиметься. Конкретно формування АЧХ відбувається при повному надходженні першого імлульса корисного сигналу в тіло ДАП шляхом подачі сигналу запису в момент часу t_0. Враховуючи, що при формуванні АЧХ окрім корисного сигналу $s(t)$ в тілі ДАП присутній шум $\eta(t)$, результуюча імпульсна характеристика відрізнятиметься від ідеальної і матиме вигляд, аналітичний вираз для якого знаходимо за формулою:

$$h(t)=\begin{cases} s(t_0-t)+\eta(t_0-t), & t\in[0,t_0];\\ 0, & t\notin[0,t_0]. \end{cases} \quad (1)$$

Будемо вважати, що корисний сигнал *s(t)* є періодичним з періодом *T* і енергією в імпульсі, яка дорівнює *E*, а завада може бути подана у вигляді стаціонарного випадкового процесу *η(t)* з нульовим середнім і кореляційною функцією, яка визначається за формулою:

$$K_\eta(\tau)=K_\eta(t_2-t_1)=\frac{N_0}{2}\delta(t_2-t_1), \quad (2)$$

де $\delta(t)$ – дельта-функція Дірака, N_0 – значення спектральної щільності завади.

Таким чином, другий та наступні імпульси обробляються процесором згідно з сформованою АЧХ. У загальному випадку сигнал на виході фільтра може бути записаний через інтеграл Дюамеля:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}U(\tau)\times h(\tau-t)\,d\tau\,. \quad (3)$$

Розглянемо динаміку обробки другого імпульсу. Для цього вхідний сигнал *U(t)* визначимо так:

$$U(t)=s(t-T)+\eta(t). \quad (4)$$

Враховуючи формулу для імпульсної характеристики (1), запишемо сигнал на виході фільтра:

$$y(t)=\int_{T}^{t}(s(\tau-T)+\eta(\tau))(s(\tau+t_0-t)+\eta(\tau+t_0-t))\,dt. \quad (5)$$

Оскільки пікове значення сигналу при узгодженій обробці сигналу визначається постійною часу фільтра t_0 , то максимальне значення вхідного сигналу буде в момент часу $T + t_0$. Оцінимо це значення:

$$y(T+t_0)=\int_{T}^{T+t_0}(s(\tau-T)\cdot s(\tau-T)+\eta(\tau)\cdot\eta(\tau-T)+\eta(\tau)\cdot s(\tau-T)+s(\tau-T)\cdot\eta(\tau-T))\,dt \quad (6)$$

Після заміни змінних $z=\tau-T$ сигнал на виході може бути поданий таким чином:

$$y(T+t_0)=A_1(T+t_0)+A_2(T+t_0)+A_3(T+t_0)+A_4(T+t_0), \quad (7)$$

де

$$A_1(T+t_0)=\int_0^{t_0}s(z)s(z)\,dz;\quad A_2(T+t_0)=\int_0^{t_0}\eta(z)\eta(z+T)\,dz;$$
$$A_3(T+t_0)=\int_0^{t_0}s(z)\eta(z+T)\,dz;\quad A_4(T+t_0)=\int_0^{t_0}s(z)\eta(z)\,dz. \quad (8)$$

Визначимо корисний сигнал як математичне сподівання (7):

$$C=M[y(T+t_0)]=M[A_1]+M[A_2]+M[A_3]+M[A_4], \quad (9)$$

де $M[A_i]$ – математичне сподівання $A_i(T+t_0)$,

$$M\left[A_1\right]=M\left[\int_0^{t_0} s(z)s(z)dz\right]=\int_0^{t_0} M\left[s(z)s(z)\right]dz=E;$$

$$M\left[A_2\right]=M\left[\int_0^{t_0} \eta(z)\eta(z+T)dz\right]=\int_0^{t_0} M\left[\eta(z)\,\eta(z+t)\right]dz=\int_0^{t_0} K_\eta(T)dz=0;$$

$$M\left[A_3\right]=M\left[\int_0^{t_0} s(z)\eta(z+T)dz\right]=\int_0^{t_0} s(z)M\left[\eta(z+T)\right]dz=0;$$

$$M\left[A_4\right]=M\left[\int_0^{t_0} s(z)\eta(z+T)dz\right]=\int_0^{t_0} s(z)M\left[\eta(z+T)\right]dz=0.$$

Тобто значення корисного сигналу дорівнює E. Оцінимо значення дисперсії завади в момент часу $T + t_0$. У загальному випадку дисперсія визначається за формулою:

$$D\left[\gamma(T+t_0)\right]=D\left[A_1\right]+D\left[A_2\right]+D\left[A_3\right]+D\left[A_4\right]+ \\ +2K_{12}+2K_{13}+2K_{14}+2K_{23}+2K_{24}+2K_{34}, \tag{10}$$

де $D\left[A_\text{i}\right]$ – дисперсія $A_i(T + t_0)$, K_{ij} – взаємно кореляційні моменти.

Знайдемо окремо складові формули (10):

1. $D\left[A_i\right] = 0$, як для детермінованого сигналу.
2. Для другої складової згідно з визначенням дисперсії запишемо:

$$D\left[A_2\right]=M\left[\left(\int_0^{t_0}\eta(z)\eta(z+T)dz\right)^2\right]-\left(M\left[\int_0^{t_0}\eta(z)\eta(z+T)dz\right]\right)^2= \\ =\int_0^{t_0}\int_0^{t_o} M\left[\eta(z_1)\eta(z_1+T)\eta(z_2+T)\right]dz_1\,dz_2-\left(\int_0^{t_0} M\left[\eta(z)\eta(z+T)\right]dz\right)^2= \\ =\int_0^{t_0}\int_0^{t_0} K_\alpha(z_1,z_2)dz_1\,dz_2-\int_0^{t_0} K_\eta(T)dz, \tag{11}$$

де $$K_\alpha(z_1,z_2)=M\left[\eta(z_1)\eta(z_2)\eta(z_1+T)\eta(z_2+T)\right]. \tag{12}$$

Беручи до уваги, що значення кореляційної функції шуму за умовами відрізняється від нуля, тільки в точці нуль друга складова у формулі (11) дорівнює нулю. А також, якщо випадкові величини – складові моменту четвертого порядку, мають нормальне розподілення і середнє значення, яке дорівнює нулю, то момент четвертого порядку можна визначити через моменти другого порядку [2], тобто

$$K_\alpha(z_1,z_2)=K'_{12}K'_{34}+K'_{13}K'_{24}+K'_{14}K'_{23}, \tag{13}$$

де

$$
\begin{aligned}
&K_{12}^{'}=M\left[\eta(z_1)\eta(z_2)\right]=K_{\eta}(z_1-z_2);\\
&K_{13}^{'}=M\left[\eta(z_1)\eta(z_1+T)\right]=K_{\eta}(T)=0;\\
&K_{14}^{'}=M\left[\eta(z_1)\eta(z_2+T)\right]=K_{\eta}(z_2-z_1+T);\\
&K_{23}^{'}=M\left[\eta(z_2)\eta(z_1+T)\right]=K_{\eta}(z_1-z_2+T);\\
&K_{24}^{'}=M\left[\eta(z_2)\eta(z_2+T)\right]=K_{\eta}(T)=0;\\
&K_{34}^{'}=M\left[\eta(z_1)\eta(z_2+T)\right]=K_{\eta}(z_2-z_1).
\end{aligned}
\tag{14}
$$

На основі (14) отримаємо

$$
K_{\alpha}(z_1,z_2)=K_{\eta}(z_2-z_1)K_{\eta}(z_1-z_2)+K_{\eta}(z_2-z_1+T)\cdot K_{\eta}(z_1-z_2+T). \tag{15}
$$

Враховуючи (15), перепишемо рівняння (11):

$$
\begin{aligned}
D[A_2]=&\int_0^{t_0}\int_0^{t_0}K_{\eta}(z_2-z_1)K_{\eta}(z_1-z_2)\,dz_1\,dz_2-\\
&-\int_0^{t_0}\int_0^{t_0}K_{\eta}^2(z_2-z_1+T)\cdot K_{\eta}^2(z_1-z_2+T)\,dz_1\,dz_2=\left(\frac{N_0}{2}\right)^2.
\end{aligned}
\tag{16}
$$

У формулі (16) другий інтеграл дорівнює нулю, так як множення підінтегральних функцій в області інтегрування дорівнює нулю.

3.

$$
\begin{aligned}
D[A_3]&=M\left[\left(\int_0^{t_0}s(z)\eta(z+T)\,dz\right)^2\right]-\left(M\left[\int_0^{t_0}s(z)\eta(z+T)\,dz\right]\right)^2=\\
&=\int_0^{t_0}\int_0^{t_0}s(z_1)s(z_2)M\left[\eta(z_1+T)\eta(z_2+T)\right]dz_1\,dz_2-\left(\int_0^{t_0}s(z)M\left[\eta(z+T)\right]dz\right)^2=\\
&=\int_0^{t_0}\int_0^{t_0}s(z_1)s(z_2)K_{\eta}(z_1-z_2)\,dz_1\,dz_2=\frac{N_0}{2}\int_0^{t_0}s(z)s(z)\,dz=(N_0\,E)/2.
\end{aligned}
\tag{17}
$$

4. Оскільки випадковий процес був прийнятий стаціонарним на всьому проміжку спостереження, значення $D[A_4]$ буде дорівнювати $D[A_3]$.

5. Визначимо значення кореляційних моментів:

$$K_{12}=M\left[\int_0^{t_0}\int_0^{t_0} s(z_1)s(z_2)\eta(z_1)\eta(z_2T)\,dz_1\,dz_2\right]=$$
$$=\int_0^{t_0}\int_0^{t_0} s(z_1)s(z_2)M\left[\eta(z_1)\eta(z_2+T)\right]dz_1dz_2= \tag{18}$$
$$=\int_0^{t_0}\int_0^{t_0} s(z_1)s(z_2)K_\eta(z_2-z_1+T)\,dz_1dz_2=0,$$

$$K_{13}=M\left[\int_0^{t_0}\int_0^{t_0} s(z_1)s(z_2)s(z_1)\eta(z_1+T)\,dz_1dz_2\right]=$$
$$=\int_0^{t_0}\int_0^{t_0} s(z_1)s(z_2)s(z_1)M\left[\eta(z_1+T)\right]dz_1dz_2=0. \tag{19}$$

Аналогічно моменти K_{14}, K_{23}, K_{24}, K_{34} дорівнюють нулю. Підставляючи значення дисперсій у формулу (10), отримуємо:

$$Ш=\sqrt{D\left[y(T+t_0)\right]}=\sqrt{\frac{N_0E}{2}\cdot\left(2+\frac{N}{2E}\right)}. \tag{20}$$

Кінцева формула для відношення сигнал / шум на виході фільтра на ДАП матиме вигляд:

$$C/Ш=E/\sqrt{\frac{N_0E}{2}\left(2+\frac{N_0}{2E}\right)}=\sqrt{2E/N_0}\sqrt{1/\left(2+\frac{N_0}{2E}\right)}. \tag{21}$$

Перший співмножник у формулі для показника якості відповідає відомій формулі з класичної теорії оптимальної обробки сигналів. Другий – враховує специфіку обробки сигналів саме в ДАП і визначає втрати, пов’язані з наявністю шуму на етапі формування АЧХ.

Література:

1. *Бондаренко В.С.* Исследование домен-акустического эха в поликристаллических ферритах / Бондаренко В.С., Криночкин В.В., Мануилов М.В., Соболев Б.В. // Письма в ЖТФ. – 1987. – Т. 13. – Вып. 10. – С. 598.

2. *Тузов Г.И.* Статистическая теория приема сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1977. – 400 с.